

# Campeonato de Física

João G. Pepato

10 de Setembro

## Problema 2 - Grupo B

### Vetor Misterioso

Nesse problema, estudaremos a conservação de uma quantidade a qual chamaremos de  $\vec{A}$ , que é conservada quando dois corpos se movem unicamente devido a uma interação mútua que se dá por uma força central proporcional a  $\frac{1}{r^2}$ .

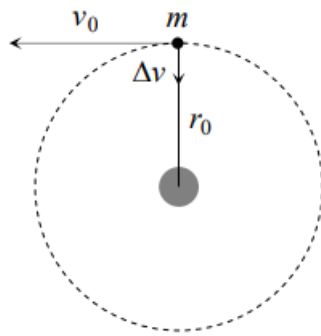
### Parte A - Dedução

- A.1)** Considere dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$  que interagem entre si por meio de uma força  $\vec{F}$ . Escreva uma equação de movimento em termos de  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $\vec{F}$  e  $\vec{r}$  (que denota a posição de um corpo em relação ao outro).
- A.2)** Suponha que a força  $\vec{F}$  é uma força central igual a  $\frac{-k\vec{r}}{r^3}$ . Desenvolva a equação e ache, em termos do momento angular  $\vec{L}$ ,  $\vec{r}$  e suas derivadas e  $k$ , uma quantidade vetorial  $\vec{A}$  que se conserva durante o movimento (DICA: Você talvez queira multiplicar vetorialmente ambos os lados da equação descoberta em **A.1** por  $\vec{L}$ ).
- A.3)** Usando o vetor obtido em **A.2**, mostre que as órbitas dos planetas são elipses, parábolas ou hipérbolas. Calcule a excentricidade da órbita. O vetor  $\vec{A}$  aponta para um ponto importante da órbita. Fazendo uma análise quantitativa e/ou qualitativa, mostre que ponto é esse.

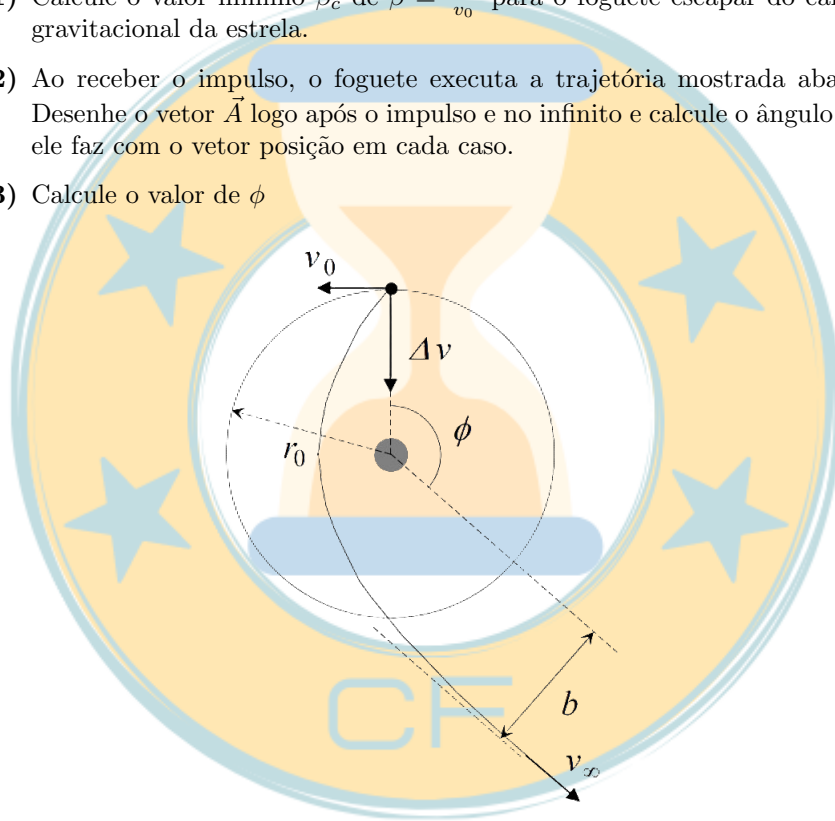
### Parte B - Foguete em torno de uma estrela

Agora, para melhorar o nosso entendimento sobre o vetor  $\vec{A}$ , estudaremos o movimento de um foguete em torno de uma estrela e descobriremos propriedades e consequências interessantíssimas da conservação de  $\vec{A}$ .

Um foguete de massa  $m$  orbita uma estrela de massa  $M \gg m$  em uma órbita circular de raio  $r_0$  e velocidade  $v_0$ . O foguete recebe um impulso instantâneo com sentido à estrela que aumenta sua velocidade radial em  $\Delta v$



- B.1)** Calcule o valor mínimo  $\beta_c$  de  $\beta = \frac{\Delta v}{v_0}$  para o foguete escapar do campo gravitacional da estrela.
- B.2)** Ao receber o impulso, o foguete executa a trajetória mostrada abaixo. Desenhe o vetor  $\vec{A}$  logo após o impulso e no infinito e calcule o ângulo que ele faz com o vetor posição em cada caso.
- B.3)** Calcule o valor de  $\phi$



### Parte C - Sistema Binário de Estrelas

Por fim, usaremos o vetor  $\vec{A}$  para estudar o comportamento de um sistema binário de estrelas. Duas estrelas de massa  $m$  e  $M$  separadas por uma distância  $r_0$  (dessa vez, não assumo  $M \gg m$ ), movimentam-se em torno de seu baricentro com frequência angular  $\omega_0$ .

A estrela de massa  $M$  explode instantaneamente e isotropicamente em relação à estrela e perde  $\Delta M$  de sua massa, ficando com  $M'$ . A explosão ocorre de forma que sua velocidade não muda logo após a explosão.

- C.1) Encontre a nova frequência angular de rotação dos sistema após a explosão.
- C.2) Qual é o menor valor de  $\Delta M$  para que, após a explosão, as estrelas sejam ejetadas?
- C.3) Qual é o ângulo  $\phi$  que as estrelas transladarão entre o momento da explosão e o momento em que elas forem ejetadas? Desenhe o vetor  $A$  nos dois momentos e calcule o ângulo que ele faz com o vetor posição.

