

Campeonato de Física 2022

Ivan Guilhon

3 de Setembro

Problema 1 - Grupo C

Circuitos elétricos

Nesse problema exploraremos diferentes casos limites da resposta de um circuito composto por uma associação de um resistor de resistência elétrica R , um capacitor de capacitância C e um indutor de autoindutância L , associados em série, quando submetidos a uma tensão elétrica $V(t)$ de onda quadrada. O circuito considerado admite uma representação mostrada pela figura 1.

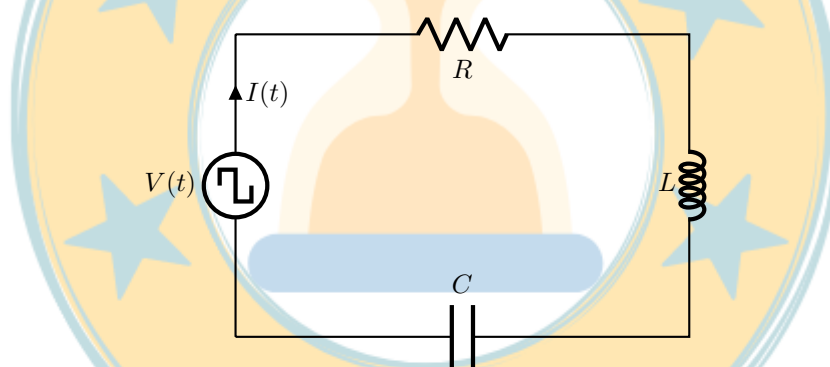


Figura 1: Diagrama esquemático do circuito RLC em série sujeito a uma fonte de tensão elétrica quadrada.

Considere ondas quadradas de tensão pico-a-pico $2V_0$, valor médio nulo e período T , como a ilustrada na figura 2. Neste problema analisaremos as possíveis respostas que o circuito pode apresentar sob diferentes regimes. Na parte A, analisaremos o caso em que o período da onda quadrada é muito longo. Na parte B, estudaremos o caso em o período da onda quadrada é comparável ao tempo de resposta do circuito. Cada parte pode ser resolvida independentemente da outra.

Parte A - Onda quadrada lenta

Na primeira parte do problema, consideraremos o limite de uma onda quadrada muito lenta, isto é, com um período T muito maior do que o tempo necessário para que o circuito saia de uma situação de equilíbrio para outra quando $V(t)$

passa de um nível alto para um nível baixo da onda quadrada, ou *vice versa*. Suponha que a resistência R seja tal que o comportamento transiente do circuito seja caracterizado por rápidas oscilações elétricas entre o estado inicial e um estado final de equilíbrio, que se mantém até que a onda quadrada sofra uma nova alteração de valor.

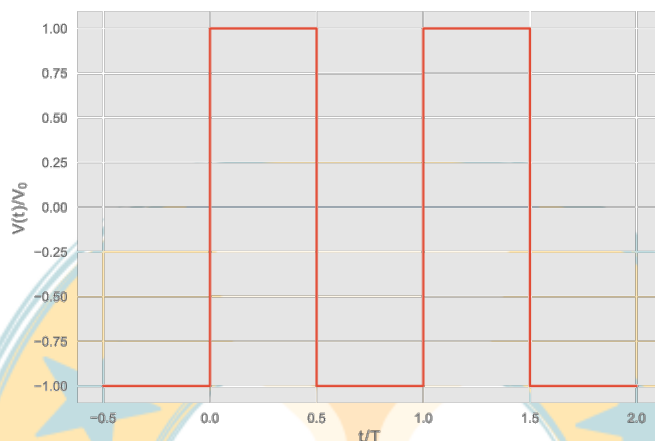


Figura 2: Gráfico de uma função de onda quadrada. O valores fornecidos nos eixos das ordenadas e abscissas estão respectivamente normalizados por V_0 e T .

- A.1) Determine que condição deve ser satisfeita para que a onda quadrada aplicada possa ser considerada lenta.
- A.2) Determine que relação entre os parâmetros do circuito deve ser obedecida para que as oscilações elétricas descritas sejam observadas.
- A.3) Mostre que nesse processo entre dois estados de equilíbrio é possível que a tensão elétrica no resistor assumira um valor superior a V_0 . Determine, em função dos demais parâmetros do circuito, a condição que deve ser satisfeita para que a tensão máxima do resistor chegue a atingir um valor de $1,2V_0$.

Parte B - Resposta oscilatória do circuito

No caso em que o período da onda quadrada e o período das oscilações da resposta do circuito RLC são comparáveis, o comportamento qualitativo da corrente do circuito considerado é bastante diferente do visto na parte A: o circuito não tem tempo disponível para acomodar-se a um novo estado de equilíbrio e passa a exibir um comportamento oscilatório.

- B.1) Admitindo que um sinal periódico de tensão $V(t)$, de período T , possa ser escrito como uma série de funções senoidais de período T , i.e.,

$$V(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \text{sen} \left(\frac{2k\pi}{T} t \right), \quad (1)$$

determine os coeficientes A_k em função de k , T e $V(t)$.

- B.2)** A função de onda quadrada ilustrada na figura 2 admite uma expansão em senos como a descrita anteriormente. Particularize o resultado do item anterior para a função de onda quadrada, calculando os valores numéricos de A_k , para todo k .
- B.2)** O valor da corrente $I(t)$ no circuito inicialmente depende das condições iniciais do circuito, entretanto, após um intervalo de tempo suficientemente longo, passa a depender apenas do sinal $V(t)$ da fonte. O primeiro regime é chamado de regime transiente; o segundo, de estacionário. Determine uma expressão que forneça o valor da corrente $I(t)$ no circuito no regime estacionário de oscilações.

