

Campeonato de Física 2020

Vinícius F. Rodrigues

10 de Agosto

Problema 2 - Grupo A

Lentes gravitacionais

Introdução à Teoria

Com o advento da Teoria da Relatividade Geral, Einstein confirmou a hipótese de que certos corpos extremamente massivos distorcem tanto o espaço-tempo que até mesmo a luz é desviada pela atração gravitacional. Dessa forma, surgiu a Teoria das Lentes Gravitacionais (comprovada nos últimos anos), a qual propõe uma explicação para o surgimento de pontos luminosos (veja a figura) no céu que parecem estar mais próximos, mas na realidade são raios de luz provenientes de corpos celestes muito brilhantes localizados há bilhões de anos-luz.



Problema

Considerando um sistema em que uma fonte de luz muito distante, uma estrela de massa M muito grande (raio R) e a Terra são, aproximadamente, colineares, estime o valor da distância focal principal da lente gravitacional formada, ou seja, encontre uma expressão para a distância da superfície da estrela ao ponto mais brilhante formado visto pela Terra em função de M , R , da constante da gravitação universal G e da velocidade da luz no vácuo c . Despreze termos relativísticos e a influência gravitacional dos outros corpos que não são a estrela. Adote $\sin\phi \approx \text{tg}\phi \approx \phi$, quando o ângulo ϕ em radianos for muito pequeno.

DICA: Pode ser útil saber que a excentricidade de uma trajetória cônica sob a ação da força gravitacional vale: $\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2E_0L^2}{(GMm)^2m}}$; sendo E_0 a Energia Mecânica total, L o Momento Angular em relação ao centro de M e m a massa do corpo em movimento.

Dicas

DICA 1 (12/08):

Define-se como parâmetro de impacto b como a distância entre o eixo de movimento inicial do objeto e o eixo paralelo que passa pelo centro do objeto que atua como fonte de força, ou seja, o centro da estrela.

Dessa forma, considerando que o objeto vem de muito longe e, portanto, paralelamente ao eixo da estrela, é válido notar que $b > R$, já que, se $b \leq R$, o objeto não passará pela estrela e irá colidir com a mesma. Então, deve-se analisar e justificar o caso de distância mínima usado.

Ademais, deve-se ressaltar que todas as equações que não estão no programa de equações mencionado no regulamento (<https://www.ioc.ee/~kalda/ipho/formulas.pdf>) devem ser demonstradas e justificadas.

DICA 2 (15/08):

Para elaborar melhor as dicas anteriores, considere que, como a fonte de luz está muito distante, os raios de luz provenientes da fonte passa pela estrela como um feixe de raios paralelos. Portanto, raios passando pela estrela com um mesmo parâmetro de impacto b sofrem o mesmo desvio angular β , cuja equação pode ser demonstrada ao relacionar β com a inclinação α da assíntota da hipérbole formada pela trajetória do raio de luz a partir da equação dada para a excentricidade ε , analogamente a um objeto com massa passando pela estrela com uma velocidade muito grande.

OBS: A distância pedida pelo problema pode ser interpretada tanto como a distância do centro da estrela ao foco quanto como a da superfície da estrela ao foco, sendo em relação a superfície a mais adequada já que se trata de uma fração bem simples (lembre-se que o parâmetro de impacto b é diferente de R , logo a linha que liga o centro ao ponto mais próximo da trajetória não é a linha perpendicular ao eixo paralelo ao movimento inicial dos raios).

Além disso, a característica hiperbólica da trajetória, assim como tudo o que for assumido na questão, deve ser justificado na solução.